

到来方向推定精度向上のための使用アンテナ素子選択手法の検討

平山 尚貴[†] 安達 宏一[†]

[†] 電気通信大学 先端ワイヤレス・コミュニケーション研究センター
〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1
E-mail: †{hirayama, adachi}@awcc.uec.ac.jp

あらまし 本稿では、災害時などの特殊環境に適用可能な GNSS 及びインフラ設備を必要としない位置推定手法に注目する。位置推定アルゴリズムには到来角に基づくものが多くあり、位置推定精度は到来角推定精度に大きく影響される。主な到来方向推定技術として、MUSIC 法や線形予測法が挙げられる。MUSIC 法は、事前に到来波数情報が必要であり、代表的な波数推定技術として MDL があるが、低 SNR 環境下で推定精度が劣化してしまうという問題がある。そこで、事前に到来波数情報が必要としない線形予測法を利用して、ULA における使用アンテナ素子選択により到来方向推定精度を向上するような手法を検討する。具体的には、ULA における全てのアンテナ素子を使用して到来方向推定候補値を取得し、複数のアンテナパターンを使用して推定候補値から推定値を選択する手法を提案する。計算機シミュレーションによって、低 SNR 環境下において従来手法よりも到来方向推定精度を向上可能であることを示す。

キーワード 到来方向推定, 等間隔リニアアレイ, 線形予測法

Antenna Slection Method for Improving DoA Estimation Accuracy

Naotaka HIRAYAMA[†] and Koichi ADACHI[†]

[†] The University of Electro-Communications, Advanced Wireless & Communication Research Center
1-5-1 Chofugaoka, Chofu, Tokyo, 182-8585 Japan
E-mail: †{hirayama, adachi}@awcc.uec.ac.jp

Abstract This paper focuses on a position estimation method that does not require GNSS or infrastructure equipment and can be applied to special environments such as disasters. Many position algorithms are based on the direction of arrival (DoA), and the accuracy of position estimation is greatly affected by the DoA estimation accuracy. Multiple signal classification (MUSIC) and linear prediction methods are the popular DoA estimation techniques. The MUSIC method requires information on the number of sources in advance, and minimum description length (MDL) is a typical technique to determine the number of sources. However, its estimation accuracy deteriorates in low signal-to-noise power ratio (SNR) environments. Therefore, we consider a method that improves the accuracy of DoA by antenna selection in a uniform linear array (ULA), using a linear prediction method that does not require the information of the number of sources in advance. Specifically, we propose a method that obtains the candidates of DoA estimates using all antenna elements in the ULA. Then, we select estimates from the candidate estimates using multiple antenna patterns. We show that the proposed method can improve the accuracy of DoA estimation in low SNR environments compared to conventional methods by computer simularions.

Key words DoA Estimation, Uniform Linear Array, Linear Prediction

1. はじめに

災害時や遭難時において、行方不明者の早期発見は非常に重要であり、捜索者は行方不明者の位置特定を早急に行う必要がある [1]。屋外位置推定方法としては、GNSS (Global Navigation

Satellite System) や Wi-Fi の活用が考えられる。しかしながら、GNSS は、衛星は地上から約 20,000km の高度に位置しており、低電力の電波を使用していることから、障害物などにより衛星と対象物との通信環境が悪い場合、衛星からの信号を受信できない可能性がある [2]。また、行方不明者が自分の位置を

探索者に伝えなければならない。Wi-Fi を利用した位置推定では、周囲に基地局が必要であるため、災害時などの特殊環境に適用するのは困難である [2]。以上より、GNSS や Wi-Fi を利用した位置推定は災害時や遭難時における行方不明者の探索には適していないと考えられる。そこで本研究では、GNSS 及び周囲に基地局などのインフラ設備を必要としない位置推定手法に注目する。

近年、無人航空機 (UAV : Unmanned Aerial Vehicle) を利用した位置推定が多く検討されている。UAV は、有人機と比較して、小回りがきき、危険な場所でも飛行可能など柔軟性が高いといった利点が挙げられる [3]。また、伝搬環境が見通し内 (LoS : Line of Sight) となる確率が高いため、地上局による位置推定と比較して、推定精度を向上させることができる [4]。以上より、UAV を利用した位置推定は災害時や遭難時の行方不明者の探索に適しているといえる。

位置推定アルゴリズムには、到来角 (DoA : Direction of Arrival) に基づくものが多くあり、三角測量法 [5]、最尤推定法 [6]、擬似線形推定法 [7]、最小二乗法 [8] などが代表例として挙げられる。これらの位置推定アルゴリズムの推定精度は DoA の推定精度に影響されるため、DoA を高精度に推定する必要がある。そこで本研究では、等間隔リニアアレイ (ULA : Uniform Linear Array) を利用した高精度な到来方向推定手法を検討する。

最も単純な到来方向推定法として、ビームフォーマ法がある [9]。ビームフォーマ法は、アレーアンテナのメインローブを全方向にわたって走査させ、出力電力がピークを示す方向を到来方向と推定する方法である。しかしながら、複数の到来波が存在する環境下では、広いメインローブ幅とサイドローブの影響で推定精度が大幅に劣化してしまう。Capon 法 [10] は、ビームフォーマ法の問題点であったサイドローブによる出力への影響を最小化するものである。従って、Capon 法は複数の到来波が存在する環境下で、ビームフォーマ法よりも到来方向推定精度を向上することが可能である。ビームフォーマ法、Capon 法は、角度分解能がメインローブの幅により決定される。そのため、分解能を大きくするには、アンテナ素子数を増やす必要がある。一般的にヌルはメインローブよりも急峻な性質を持つため、ヌルを到来方向に向けて受信することで高い分解能を実現することができる。ヌルを到来方向に向けて到来方向を推定する方法として線形予測 (LP : Linear Prediction) 法 [11] や MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) 法 [12] が挙げられる。線形予測法は、計算量が比較的少なく、高い分解能を得ることが出来る。また、事前に到来波数情報を必要とせず、受信信号の相関行列と方向ベクトルのみで角度スペクトルを算出可能である。算出した角度スペクトルのピーク位置から到来方向を推定する。MUSIC 法は、LP 法と比較すると、高い到来方向推定精度を実現可能であるが、固有値分解を行う必要があるうえに、スペクトル演算にかかる計算量が多くなる。また、到来波数情報を用いて角度スペクトルを算出するため、事前に到来波数推定を行う必要がある。主な到来波数推定手法として、AIC (Akaike Information Criteria) [13] や MDL (Minimum

Description Length) [14] がある。AIC や MDL による到来方向推定は、低信号対雑音電力比 (SNR: Signal to Noise Ratio) 環境下において推定精度が劣化するという問題がある。従って、低 SNR 環境下では MUSIC 法がうまく機能しない可能性がある。そこで、本論文では計算量が比較的少なく、事前に到来波数情報を必要としない LP 法において、複数のアンテナパターンを利用した到来方向推定手法を提案する。

本稿の構成は以下の通りである。第 2 節では、アレーアンテナにおける受信信号モデルを説明する。第 3 節では、従来の到来方向技術である LP 法と MUSIC 法、到来波数技術である MDL について説明する。第 4 節では、複数のアンテナパターンを利用した到来方向推定手法の提案ならびにその動作原理を示し、第 5 節で計算機シミュレーションに基づいた評価を行う。第 6 節で本稿の結論を述べる。

2. 信号モデル

本節では、アレーアンテナにおける受信信号モデルについて説明する。本提案では、図 1 に示すような M 本のアンテナ素子からなる ULA を利用する。ULA のアンテナ素子インデックスを $m \in \mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$ とする。 L 個の信号源からの信号を狭帯域信号と仮定し、到来方向がそれぞれ $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L\}$ とすると、アレー入力信号ベクトル $\mathbf{x}(t)$ は次式ようになる。

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t). \quad (1)$$

この時、

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)] \quad (2)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_L)] \quad (3)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_L(t)] \quad (4)$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)] \quad (5)$$

を満たす。 $\mathbf{s}(t)$ は送信信号波形ベクトル、 $\mathbf{n}(t)$ は雑音ベクトルを表す。また、 \mathbf{A} は方向ベクトル行列であり、角度 θ_i の方向ベクトル $\mathbf{a}(\theta_i)$ は、次式ようになる。

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{jkd \cos \theta_i}, \dots, e^{jkd(M-1) \cos \theta_i}]^T, \quad (6)$$

ここで、 $k = 2\pi/\lambda$ は波数 [m^{-1}]、 λ は波長 [m]、 d は隣接アンテナ素子間隔 [m]、 $(\cdot)^T$ は転置を表す。アンテナ素子間の入力信号の相関特性を表す相関行列 $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ は次式のように定義される。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} &= E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \\ &= \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{S} = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)] \quad (8)$$

ここで、 $E[\cdot]$ は期待値演算を表し、 $(\cdot)^H$ は複素共役転置、 σ^2 は雑音電力 [W]、 \mathbf{I} は単位行列を表す。 \mathbf{S} は信号相関行列であり、到来波が全て互いに無相関である場合、各到来波の入力電力を対角成分にとり、その他の要素は全て 0 となる。本論文では、到来波が全て互いに無相関であると仮定する。

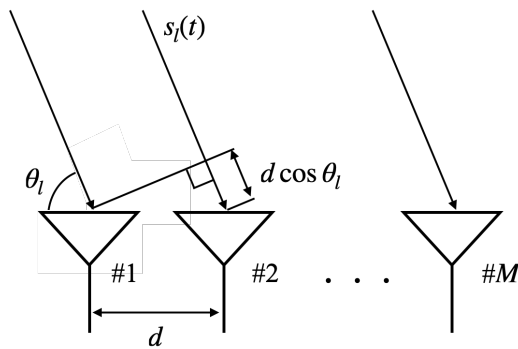


図1 アレー配置

3. 既存技術

本節では、アレーアンテナを利用した到来方向推定技術である MUSIC 法と線形予測 (LP) 法について説明する。これらの技術は、ヌル操作により信号を消し去ることで到来方向を推定する。一般的にアレーアンテナのメインローブと比較してヌルは急峻な性質がある。すなわち、ヌル操作によって到来方向を推定する技術は、ビームフォーマ法や Capon 法のようなアレーのメインローブを到来方向に向けて受信し、受信電力の大きさから到来方向を推定する方法と比較して高い分解能が得られる。MUSIC 法は LP 法とは異なり、事前に到来波数情報が必要である。そこで、代表的な到来波数推定技術である MDL についても説明する。

3.1 線形予測 (LP) 法

LP 法は、アレーの基準点における信号を残りの信号の線型結合により予測する。この時に生じる予測誤差を最小化するようなウェイトベクトルを利用する手法である。ウェイトベクトル w_{LP} は次式で与えられる。

$$w_{LP} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{u} \quad (9)$$

$$\mathbf{u} = [0, 0, \dots, 1]^T, \quad (10)$$

ここで、 \mathbf{u} は基準点を決定するパラメータである。文献 [15] では、基準点をアンテナ端の素子に設定すると良い推定精度が得られることが示されている。従って本稿では、最後のアンテナ素子を基準点として考える。角度スペクトルは、電力指向性パターンを逆数をとったものであり、次式のようになる。

$$P_{LP}(\theta) = \frac{1}{|w_{LP}^H \mathbf{a}(\theta)|^2}. \quad (11)$$

算出した角度スペクトルのピーク位置から到来方向を推定する。LP 法は、入力信号の相関行列 \mathbf{R}_{xx} と方向ベクトル $\mathbf{a}(\theta)$ のみを用いて角度スペクトラムを算出でき、到来波数などの情報を必要としない。また、計算量も比較的少ないことが特徴である。

3.2 MUSIC 法

MUSIC 法は、LP 法と同様にヌル操作により到来方向推定を行う。相関行列 \mathbf{R}_{xx} は、ランク L のエルミート行列となる。この行列の固有値を λ_i ($i = 1, 2, \dots, M$)、対応する固有ベクトルを \mathbf{e}_i ($i = 1, 2, \dots, M$) とすると、

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{e}_i = \lambda_i \mathbf{e}_i \quad (12)$$

と表すことができる。この時、固有値は実数であり、次式の関係を満たす。

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L > \lambda_{L+1} = \lambda_{L+2} = \dots = \lambda_M = \sigma^2, \quad (13)$$

MUSIC 法では、雑音部分空間の固有ベクトル $\{\mathbf{e}_{L+1}, \dots, \mathbf{e}_M\}$ を利用して、角度スペクトルを算出する。角度スペクトルは次式のようになる。

$$P_{MU} = \frac{1}{\sum_{i=L+1}^M |\mathbf{e}_i^H \mathbf{a}(\theta)|^2} \quad (14)$$

算出した角度スペクトルのピーク値から到来方向を推定する。

3.3 MDL

MDL では、評価関数を最小化するような値 k を到来波数推定値とする。評価関数は次式で与えられる。

$$MDL(k) = N(M-k) \ln \left(\frac{\frac{1}{M-k} \sum_{i=k+1}^M \lambda_i}{\left(\prod_{i=k+1}^M \lambda_i \right)^{1/(M-k)}} \right) + \frac{1}{2} k(2M-k+1) \ln N \quad (15)$$

for $k = 1, 2, \dots, M-1$

ここで、 N はサンプリング数を表し、サンプリング数は式 (7) で期待値演算を行う際のサンプル数を意味する。

4. 提案手法

本節では、アレーアンテナにおいてアンテナ素子選択により到来方向を推定する手法について説明する。 M 本のアレーアンテナのうち、 M' ($\leq M$) 本のアンテナ素子の選択の仕方は、 $M C_{M'}$ 通りある。選択アンテナ素子ベクトル \mathbf{e} は次式のようになる。

$$\mathbf{e} = [e_1, \dots, e_{M'}] \quad (e_{m'} \in \mathcal{M}) \quad (16)$$

この時、選択アンテナ素子ベクトルの要素は、次式の関係を満たす。

$$e_1 < e_2 < \dots < e_{M'} \quad (17)$$

ここで、アンテナ素子インデックス間距離ベクトル \mathbf{d}_e を次式のように定義する。

$$\mathbf{d}_e = [e_2 - e_1, \dots, e_{M'} - e_{M'-1}] \quad (18)$$

この時、 \mathbf{d}_e が等しい、または \mathbf{d}_e を反転させたものが等しい場合、同じアンテナパターンを生成する。本提案では、アンテナパターンが重複しないパターンを使用し、到来方向を推定することを考える。提案手法の手順を以下に示す。

(1) 到来方向推定候補値の取得

M 本のアレーアンテナで、 M 本全てを使用して LP 法を適用させた時に、角度スペクトルのピークが示す方向を到来方向推定候補値とする。ここでは、ピークは局所最大値を意味する。この時の候補値集合を $\hat{\Theta}_{\text{cand}}$ とする。

(2) 候補値における代表値の取得

本提案では、候補値 $\hat{\theta}_{\text{cand}} \in \hat{\Theta}_{\text{cand}}$ における代表値が大きい L

個を到来方向推定値とする。ここでは、代表値の算出方法について説明する。 M 本のアレーアンテナのうち、 M' 本のアンテナ素子を選択する場合の重複しないアンテナパターン数を $n_{ap,M'}$ とすると、最小選択アンテナ数を M'_{\min} とした場合の重複しないアンテナパターンの総数は $n_{ap,M'_{\min}}^{\text{sum}} = \sum_{i=M'_{\min}}^M n_{ap,i}$ となる。本提案では、 $n_{ap,M'_{\min}}^{\text{sum}}$ パターンで LP 法を適用させた場合の出力が、全てのパターンで大きくなるような候補値を推定値とする。従って、 $n_{ap,M'_{\min}}^{\text{sum}}$ パターンの出力を並列合成したものを候補値 $\hat{\theta}_{\text{cand}}$ の代表値 $P(\hat{\theta}_{\text{cand}})$ とする。 $P(\hat{\theta}_{\text{cand}})$ は次式のようになる。

$$P(\hat{\theta}_{\text{cand}}) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_{ap,M'_{\min}}^{\text{sum}}} R_i(\hat{\theta}_{\text{cand}})}, \quad \forall \hat{\theta}_{\text{cand}} \in \hat{\Theta}_{\text{cand}} \quad (19)$$

ここで、 $R_i(\hat{\theta}_{\text{cand}})$ は次式を満たす。

$$R_i(\hat{\theta}_{\text{cand}}) = \min_{\theta} |w_{LP,i}^H \mathbf{a}(\theta)|^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n_{ap,M'_{\min}}^{\text{sum}}) \quad (20)$$

$$\text{s.t.} \quad \hat{\theta}_{\text{cand}} - \theta_t/2 \leq \theta \leq \hat{\theta}_{\text{cand}} + \theta_t/2 \quad (21)$$

ここで、 θ_t は許容角度幅 [deg] を表す。許容角度幅 θ_t は、アンテナパターン毎にピーク位置がわずかにずれる可能性があるために設定する値であり、推定精度に影響を与えるパラメータである。 $w_{LP,i}$ は i 番目のパターンにおけるアレイウェイト、 $\mathbf{a}(\theta)$ は方向ベクトルを表す。

(3) 到来方向推定

代表値 $P(\hat{\theta}_{\text{cand}})$ が大きい L 個の推定候補値 $\hat{\theta}_{\text{cand}}$ を推定値 $\hat{\Theta}$ とする。

$|\hat{\Theta}_{\text{cand}}| = 2$ の場合の提案手法のステップ (1), (2) の概略図を図 2 に示す。ここでは、 $|\cdot|$ は集合の要素数を表す。

4.1 計算機シミュレーション

本節では、到来方向推定精度を計算機シミュレーションにより評価する。 L 個の信号源からの信号が等電力で到来すると仮定する。

4.2 評価指標

4.2.1 平均二乗平方根誤差

平均二乗平方根誤差 (RMSE: Root Mean Square Error) は次式で与えられる。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{I} \frac{1}{L} \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L (\hat{\theta}_i - \theta_l)^2} \quad (22)$$

ここで、 I は試行回数、 θ_l は l 番目の信号源からの信号の到来方向 [rad] を表す。

4.3 シミュレーション結果

本研究で用いたパラメータを表 1 に示す。 $M = 8$ 本のアンテナ素子から構成される ULA を利用し、最小アンテナ選択数は、 $M'_{\min} = \{3, 4, \dots, 7\}$ とした。スペクトル探索数 q は、角度スペクトルを算出する際の角度分解能を決定するパラメータであり、 $q = 1800$ とした。

4.3.1 到来波数誤推定率

図 3 に、MDL を用いた場合の到来波数推定誤差を示す。

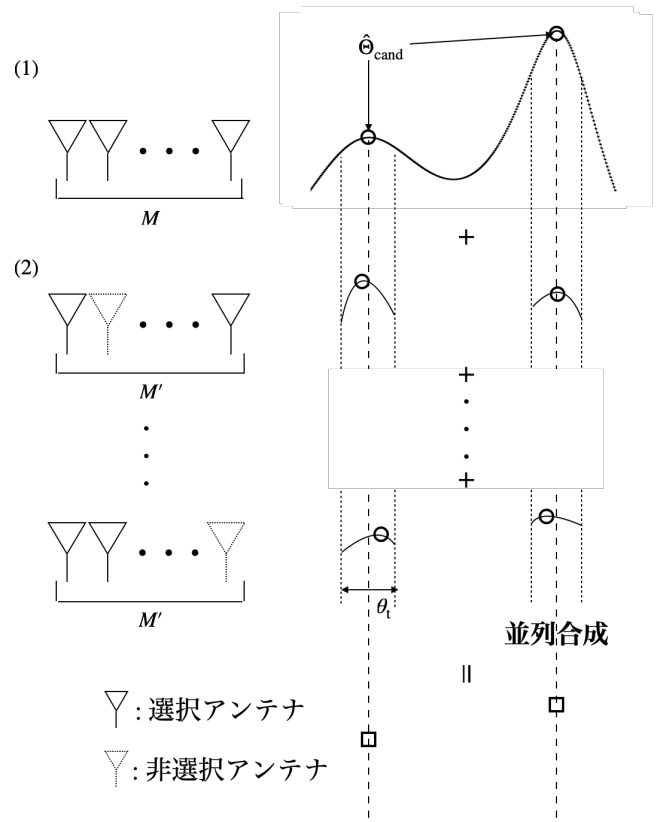


図 2 提案手法の概略図 ($|\hat{\Theta}_{\text{cand}}| = 2$)

表 1 シミュレーション諸元

パラメータ	値
試行回数 I	10000
SNR	$\{-10, -9, \dots, 5\}$
搬送波周波数 f_c	2.0 [GHz]
アンテナ素子間隔 d	$1/2\lambda$ [m]
サンプリング数 N	80
サンプリング間隔	1.0×10^{-3} [s]
到来波数 L	$\{2, 3, \dots, 5\}$
到来角 θ	$\{40 \sim 140\}$ [deg]
到来角度最小間隔	10 [deg]
配置アンテナ数 M	8
最小選択アンテナ数 M'_{\min}	$\{3, 4, \dots, 7\}$
角度許容幅 θ_t	$\{0, 2, 4, 5, 6, 8, 10\}$ [deg]
スペクトル探索数 q	1800

MUSIC 法では、推定した到来波数に基づき角度スペクトルを算出するため、到来波数推定誤差が直接到来方向推定精度に影響すると考えられる。図 3 より、SNR が低く、到来波数が多くなるにつれて到来波数の誤推定率が大きくなること分かる。

4.3.2 許容角度幅 θ_t を変化させた場合の RMSE 特性

図 4 に、提案法において許容角度幅 θ_t [deg] が RMSE 特性に与える影響を調査するために、 $L = 3$ 、 $M'_{\min} = 4$ において、許容角度幅 θ_t を変化させた場合の結果を示す。図 4 より、SNR が 0 以下である場合に、 θ_t が大きくなると、RMSE が小さくな

ることが分かる。これは、SNR が小さい場合にアンテナパターン毎に角度スペクトルのピーク位置がわずかにずれるため、許容角度幅を大きくすることで各パターンの角度スペクトルの並列合成精度が向上するためであると考えられる。

4.3.3 各手法における RMSE 特性

図 5 に、 $L = 3$ の場合における各手法の RMSE 特性を示す。提案法の特性は、 $\theta_t = 5$ [deg]、 $M'_{\min} = 4$ の場合の結果である。MUSIC 法では、MDL に基づき角度スペクトルを算出し、ピークの大きい L 個を推定値としている。線形予測法では、算出した角度スペクトルにおいてピークの大きい L 個を推定値とし、提案法では、代表値の大きい L 個を推定値とした。図 5 より、SNR が -4 [dB] よりも小さい場合、提案法を用いることによって、MUSIC 法と比較して RMSE を最大 48% 程度低減できていることが分かる。これは、図 3 に示したように到来波数情報が必要としない提案法の RMSE が到来波数情報が必要とする MUSIC 法と比較して低くなるためであると考えられる。また、提案法と LP 法を比較すると、常に提案法の RMSE が小さくなっており、複数のアンテナパターンを利用することで推定精度を向上可能であることが分かる。

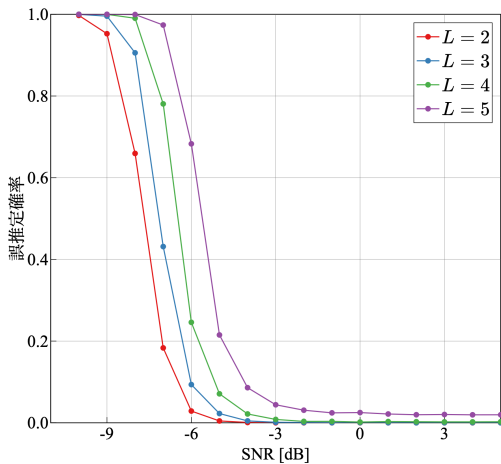


図 3 MDL による到来波数誤推定確率

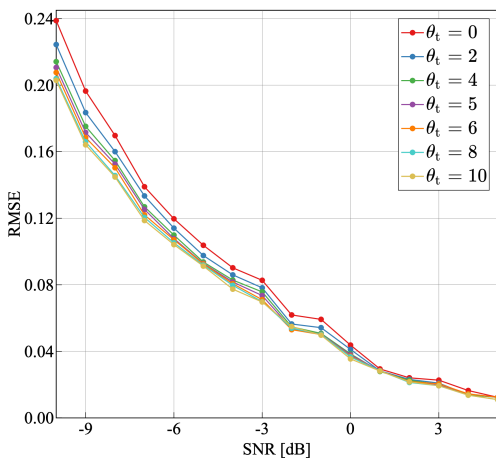


図 4 許容角度幅 θ_t を変化した場合の RMSE 特性

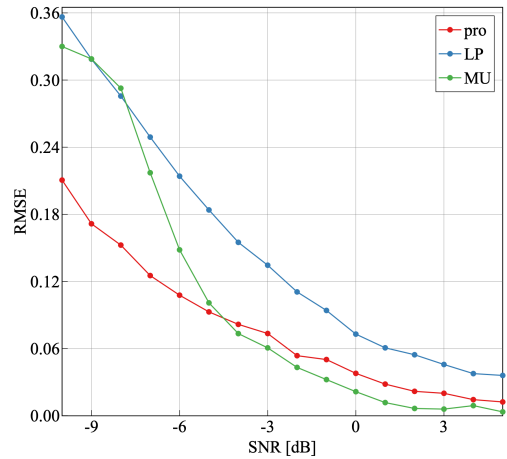


図 5 各手法における RMSE 特性

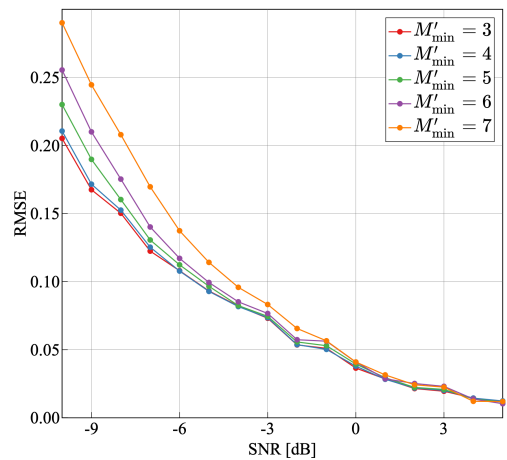


図 6 最小アンテナ選択数 M'_{\min} を変化した場合の RMSE 特性

4.3.4 最小アンテナ選択数 M'_{\min} を変化した場合の RMSE 特性

図 6 に、提案法において最小アンテナ選択数 M'_{\min} が RMSE 特性に与える影響を調査するために、 $L = 3$ 、 $\theta_t = 5$ において、最小アンテナ選択数 M'_{\min} を変化した場合の結果を示す。図 6 より、SNR が -3 [dB] より小さい場合において、最小アンテナ選択数 M'_{\min} が小さいほど RMSE が小さいことが分かる。つまり、低 SNR 環境下において、より多くのアンテナパターンで並列合成したピーク値により到来方向を推定することでより良い推定値を得ることが可能である。また、 $M'_{\min} = 3$ の場合に注目すると、自由度が足りず推定精度が劣化する可能性があるが、提案法では特に影響は受けないことが分かる。つまり、最小アンテナ選択数 M'_{\min} の設定に関して、到来波数の正確な値は不要であるといえる。

5. まとめ

本稿では、アンテナ素子選択による到来方向精度向上手法について提案した。提案手法は、各アンテナパターンの出力を並列合成した代表値から到来角度を推定する。計算機シミュレーション評価により、提案手法は低 SNR の時に従来手法よりも

到来方向推定精度を向上可能であることを示した。しかしながら、複数のアンテナパターンを使用することで、逆行列生成とスペクトル演算において計算量が増大してしまう問題があるため、演算量の正確な評価を行うことを今後の検討とする。

文 献

- [1] 堺拓郎, 北辻佳憲, “飛行体基地局システムによる携帯電話推定の効率化,” 2021年電子情報通信総合大会 B-11-17, 2021年9月.
- [2] H. Tian, L. Xia and E. Mok, “A novel method for metropolitan-scale Wi-Fi localization based on public telephone booths,” *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symp.*, 2010, pp. 357-364.
- [3] F. Belkhouche, “Modeling and Calculating the Collision Risk for Air Vehicles,” *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, vol. 62, no. 5, pp. 2031-2041, Jun 2013.
- [4] Z. Szalay and L. Nagy, “Target modeling, antenna array design and conventional beamforming algorithms for radar target DOA estimation,” *International Conf. on Transparent Optical Networks (ICTON)*, 2015, pp. 1-4.
- [5] L. Yang and K. C. Ho, “Alleviating Sensor Position Error in Source Localization Using Calibration Emitters at Inaccurate Locations,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 58, no. 1, pp. 67-83, Jan. 2010.
- [6] V. Cevher and J. H. McClellan, “Acoustic node calibration using a moving source,” *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 42, no. 2, pp. 585-600, April 2006.
- [7] H. -J. Shao, X. -P. Zhang and Z. Wang, “Efficient Closed-Form Algorithms for AOA Based Self-Localization of Sensor Nodes Using Auxiliary Variables,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 62, no. 10, pp. 2580-2594, May15, 2014.
- [8] M. Meles, A. Rajasekaran, K. Ruttik, R. Virrankoski and R. Jäntti, “Measurement based performance evaluation of drone self-localization using AoA of cellular signals,” *International Symp. on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC)*, 2021, pp. 1-5.
- [9] 菊間信良, “アダプティブアンテナ技術”, オーム社, 2003年
- [10] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," in *Proc. of the IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 1408-1418, Aug. 1969.
- [11] W. F. Gabriel, “Spectral analysis and adaptive array superresolution techniques,” in *Proc. of the IEEE*, vol. 68, no. 6, pp. 654-666, June 1980.
- [12] R. Schmidt, “Multiple emitter location and signal parameter estimation,” *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, March 1986.
- [13] H. Akaike, “A new look at the statistical model identification,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 19, no. 6, pp. 716-723, December 1974.
- [14] M. Wax and I. Ziskind, “Detection of the number of coherent signals by the MDL principle,” *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 8, pp. 1190-1196, Aug. 1989,
- [15] R. Abdolee, M. N. M. Tan, T. A. Rahman and M. T. Ali, “Unequal Spacing and Reference Element Variation To Enhance Resolution Of Linear Prediction DOA Algorithm,” *Asia-Pacific Microwave Conference*, 2007, pp. 1-4.