

気候変動と電波伝搬

第3講（転の巻）

豪雨は今も昔も：極値統計が支配する世界

電気通信大学名誉教授
唐沢 好男

近年、地球温暖化問題への関心が高まっている。この地球温暖化による雨の降り方の変化が無線技術者として気になるところである。前講では、日本の強雨は、1980年代後半より、25年で1割程度の上昇傾向にあることを述べた。しかし、年ごとのばらつき幅に比べれば、まだわずかな変化である。本講では、この100年間を確率的に定常な状態とみなし、100年に一度、1000年に一度の大雨を極値統計理論により予想してみよう。想定外の出来事を想定外にしないための心構えである。



👉 前講までのまとめ

ついに、今年、気温40℃以上の日に「酷暑日」という名前が付いた。地球温暖化がじわじわと進んでいるようである。この気温上昇の影響が雨の降り方に現れると、電波の伝わり方も変わってくるはず。実際は、どうなっているのだろうか。前講では、日本の降雨の長期変化傾向について、以下の性質を調べてきた。

①全国各地の日降水量と時間降水量の年間最大値データを地点ごとの平均値で割って正規化した降水量（以下、正規化降水量と呼ぶ）を回帰直線推定すると、100年間で15%程度の増加傾向が認められる[1]。

②さらに、多項式近似や折れ線近似で詳細変化を求めると、1980年代後半頃から増加傾向に変わり、それ以降の強度の増加比率は、25年間で1割程度である[2]。

③アメダスデータ解析に基づく気象庁報告書の強雨発生頻度増加率（強雨の回数が増えてきた）[3]と前講で述べた強度増加率（雨の強さが増してきた）には定量的な整合性があり、近年の雨の降り方が変わってきたことは確かなものと言える。

👉 でも、この100年間ではほとんど定常状態

図1は前講で示した正規化時間降水量年間最大値の全国45箇所80年間の分布と折れ線近似（一回曲がり）で表した回帰線（最尤推定）である。確かに、雨の強さは1980年代後半頃から増加傾向が有意になり、強度の増加比率は25年間で1割程度なのであるが、この変化量は年毎のばらつき（約40%程度）に比べると無視できる程度に小さいことがよくわかる。

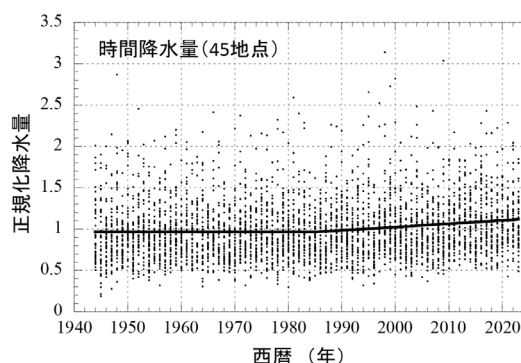


図1 日本全国45地点の正規化時間降水量年間最大値の分布
（実線は折れ線近似で表した最尤推定値）

そこで、本講では、前講で述べた増加傾向の話を一且忘れ、この期間全体を一つの確率分布から生まれる定常確率過程とみなして、100年間、あるいは1000年間に一度の大雨の量を推定してみよう。我々は、経験したこともないような出来事に遭遇するとパニックに陥ってしまうのであるが、そのようなこともあり得ることとして日頃の備えをしていれば、被害を最小限に抑えることができる。このようなごく稀にしか起きないことを対象にする統計解析には、極値統計学が力を発揮する[4]。想定外の出来事を想定外としない心構えを得る学問である。

👉 極値統計とグンベル分布

多数のメンバーを有するそれぞれのグループから最大値だけを集めた集団には、最大値特有の統計的な性質があり、極値統計と呼ばれる。その極値統計の説明

の基礎になる順序統計と最大値統計から話を始める。

図2に示すように、ある確率分布（確率密度関数 f 、累積分布関数 F ）に従う母集団があり、そこから任意に n 個の標本を得たとする。これを値が小さい順に並べ i 番目の大きさのものに注目する。この操作を繰り返し、 i 番目の大きさのものだけを集めたものの統計が順序統計である。さらに、その最大値は $i=n$ であり、最大値のみに注目する統計は最大値統計である。最大値の確率分布（確率密度関数 $f_{\max}$ 、累積分布関数 $F_{\max}$ ）は、元の分布の関数として次式で与えられる。

$$f_{\max}(x) = f_{(n)}(x) = nF^{n-1}(x)f(x)$$

$$F_{\max}(x) = F_{(n)}(x) = F^n(x)$$

最大値の平均（期待値）や分散などの統計諸量はこの確率分布（ $f_{\max}$ ）を使って求められる。ここまでの、順序統計と最大値統計の概要である。

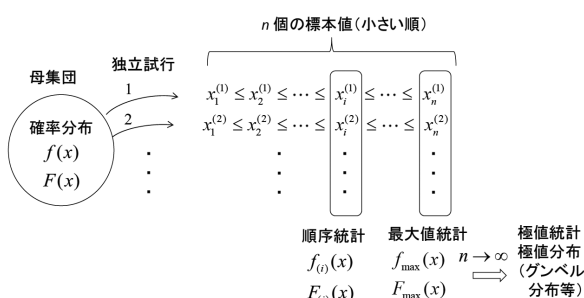


図2 母集団の確率分布と順序統計・最大値統計・極値統計の関係

この最大値統計において、標本数 n が十分大きい場合、すなわち非常に多くいるメンバーの中の1番だけを集めた集合を見ると、元の集団の分布がどのようなものであっても、特定の分布形に収束してくることが知られ、極値分布と呼ばれている。極値分布には三つのタイプがあるが、ガンマ分布で近似できる降水量の分布は、ガンベル（Gumbel）分布と呼ばれる極値分布に収束する。ガンベル分布の確率密度関数 f_G と累積分布関数 F_G は以下である。

$$f_G(z) = \exp\{-z - \exp(-z)\}$$

$$F_G(z) = \exp\{-\exp(-z)\} \quad (-\infty < z < \infty)$$

$$z = \frac{x_{\max} - b_n}{a_n}$$

パラメータ a_n, b_n は吸引係数と呼ばれ、元の分布形と標本数 n によって決まる。図3はガンベル分布を示している。ガンベル分布は2重の指数関数という特殊構造をしており、 f_G の裾野の広さ（横軸 z が大きい部分での0への収束が遅い）が特徴になっている。

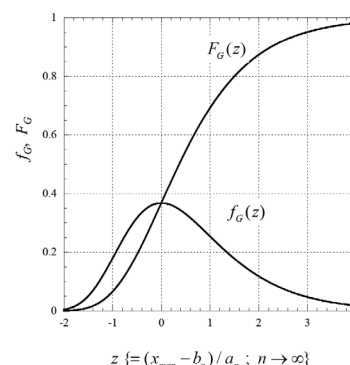


図3 極値分布（ガンベル分布）

年間最大降水量のガンベル分布近似

ここでは、以下の3種類の正規化降水量年間最大値の特徴を調べてみよう。地点は都道府県庁所在地を中心に選んでいるが、具体的な場所については、[1]（あるいは[2]）の表1を見てほしい。

- ① 日降水量：日本全国45箇所、100年間（1924～2023）
- ② 時間降水量：日本全国45箇所、80年間（1944～2023）
- ③ 10分間降水量：日本全国47箇所、70年間（1954～2023）

図4は②の正規化時間降水量3600個（ $=45 \times 80$ ）のヒストグラムとこれに対応するガンベル分布を示している。時間降水量の年間最大値は8760時間（ $n=8760$ ）の中の最大値であり、 n が十分大きいという条件を満たして、極値分布（ガンベル分布）によく収束していることがわかる。同様に、①日降水量（ $n=365$ ）や③10分間降水量（ $n=52560$ ）についても、ガンベル分布への良好な近似が確認されている[1]。

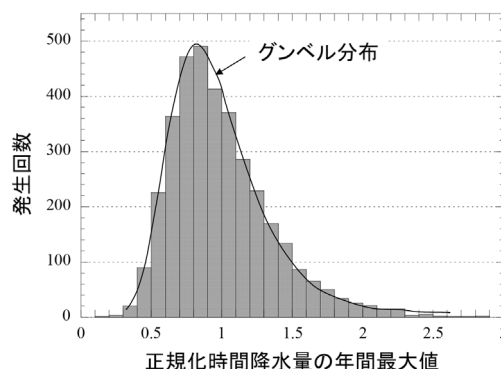


図4 正規化時間降水量の年間最大値のヒストグラムと対応するガンベル分布

豪雨の再現期間

N 年間に一度の大雨の量を推定してみよう。この年数 N は、それが起こってから再び起きるまでの平均年数を意味する再現期間に相当する。 $N=10$ 程度の事象であれば、驚きはあっても想定内であろう。一生に一度あるかないかの $N=100$ では、想像を絶するものになってパニックに陥るかもしれない。それが、 $N=1000$ ともなれば…。

ゲンベル分布のパラメータ a_n, b_n は、最大値データの平均と分散、あるいは、累積分布の2点から定めることができる。これによって得られたゲンベル分布を使って、再現期間 N に対する降水量が理論的に推定できる。

では、①～③の正規化降水量を用いて実際に調べてみよう。①の日降水量の場合、地点ごとに100年間のデータがあるので、これを N 年ごとに分け、それぞれの最大値を選ぶ。 $N=10$ であれば、地点回り10個、地点数が45なので、450個のデータが得られこの平均値を求め、これを観測値とする。②、③のデータについても同様の処理を行う。図5はこの結果である[1]。

観測値の再現期間は、それぞれの降水量について、期間が N で割り切れる値を5点ずつ選んでいる（日降水量では $N=5, 10, 20, 50, 100$ ）。実線はゲンベル分布のパラメータ a_n, b_n を実測データにより定め、その分布から求めた理論推定値である。どの降水量に対しても、観測値と推定値が非常によく合っており、降水量の年間最大値は極値統計理論で説明づけられることがわかる。

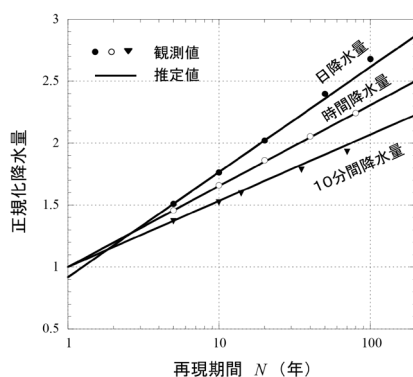


図5 再現期間 N 年に対応する正規化降水量の年間最大値

100年以内のデータを使っているため、再現期間についてもせいぜいその程度の期間しか言えないのであるが、より長い期間、例えば1000年くらいについても知りたいと思うであろう。そこで、都道府県単位の降水量の年間最大値は独立に発生すると考え、各地のデータを一列に並べて、1地点の降水量とみなして

みよう。①の日降水量であれば、4500 ($=100 \times 45$) 年間のデータとみなすことができる。理論推定値は図5の結果を単に延長するだけなので、同じ線になる。観測値（疑似データを用いるので疑似観測値と呼ぶ）は2個以上の値を得て平均するため、 N は最大2250までを求めている。図6はこの結果であり、疑似観測値と理論推定値が非常によく一致していることがわかる。これまでの100年の状態がそのまま1000年間続いたという条件付きではあるが、降水量年間最大値の特性は、極値統計学の支配下にあるということがわかる。

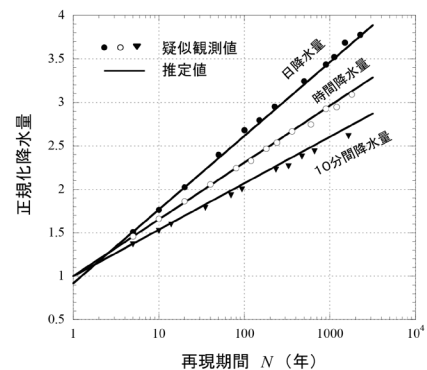


図6 仮想長期間データ（疑似観測値）を用いた再現期間と正規化最大降水量の関係

図6の結果を具体的な例に当てはめてみよう。図7は東京（千代田区）の100年間（1924～2023）の日降水量の年間最大値の推移を表している。平均値は125.7mm（点線）である。日降水量の10年・100年・1000年に対する比率は、図6より約1.8, 2.7, 3.5倍なので、それぞれ、226mm, 339mm, 440mm（実線）と推量される。因みに、この100年間での東京での最大値は371.9mm（1958年9月の狩野川台風）、2番目は287.3mm（1938年7月の集中豪雨）である。同様に、各地の各降水量の年間最大値の平均値（[1] あるいは[2] の表1に示している）を用いれば、求めたい地点の N 年間の最悪値を推定することができる。

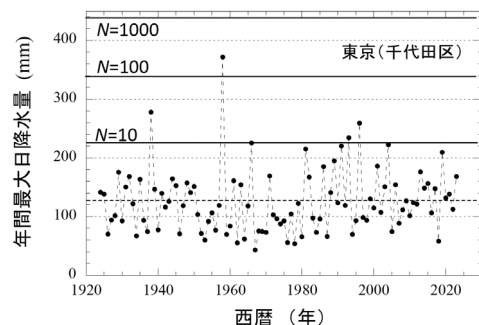


図7 東京における年間最大日降水量の100年間観測値と $N=10, 100, 1000$ 年に対する推定値（点線は平均値）

大雨は昔も今も

最近よく聞く豪雨に対する呼び方で、「これまで経験したことのない大雨」、「未曾有の豪雨」、「観測史上初の」などがあり、想定外の出来事が何か頻繁に起きているような印象を受ける。しかし、本講が示した解析結果から、凡そ100年間全体に亘って、大雨も極値統計理論（ゲンベル分布）が予想するようにしか現れていないと気づくであろう。そう、降雨による非常災害は、起きるべくして起こっている、という以上のことは言えないのである。ある地点に起きる100年に一回の大惨事も、気象的に独立な50地点（パラレルワールド）を俯瞰してみれば、エリア全体としては、20年に一回はどこかで起きる災害と読み替えることもできる（図8）。テレビのニュースで知るのはこの出来事である。

前講で述べたように、あるいは図1に示したように、豪雨の強さは1980年代後半以降に25年間でおよそ1割のペースで増加しつつある。このように長期的な意味で雨の降り方も変わりつつあるが、年毎のばらつきの方がはるかに大きくて、全体を定常確率過程にあるデータとしてみても、極値統計理論が予測する範囲に収まっているという意味である。なお、これからの100年と言った未来を見れば、降雨強度の継続的な増加によって、これまでのような定常不規則過程の扱いができなくなってくるかもしれない。これも心に留めておいてほしい。

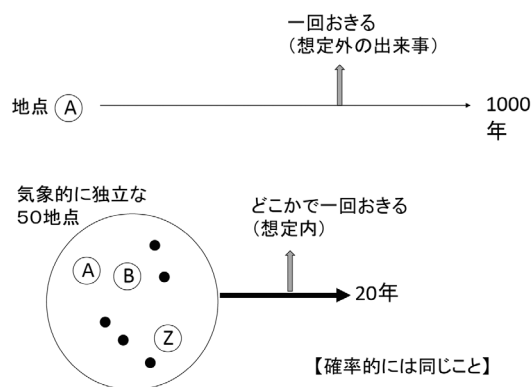


図8 特定地点に起きる想定外の出来事もパラレルワールドで見れば…

まとめ

❖ここまででわかったこと（前回と今回）

- ① 日本全国各地の日降水量・時間降水量の年間最大値データを地点ごとの平均値で割って正規化した降水量の変化を多項式近似や折れ線近似で詳細変化

を求めると、1980年代後半頃から増加傾向に転じ、増加の比率は25年間で1割程度である。

- ② 降雨強度の増加傾向は認められるが、年ごとのばらつきに比べればかなり小さいので、100年間全体を定常確率過程とみなすと、100年に一回、1000年に一回の大雨の値が、極値統計理論に従っている。

❖さらに知りたいこと（次回）

- ③ 1980年代後半から増加しつつある降雨強度の増加傾向は、これからの時代、電波の降雨減衰にどう現れるのだろうか

ティータイム 

極値統計理論もお手上げ？

無秩序に現れているように見える自然界の脅威も極値統計理論の支配下にあることを実感してもらえたことと思う。ここでは、その理論をもってしてもという話をしたい。

我が国における日降水量の観測史上最大の値は2019年10月12日、箱根で観測された922.5mmである。とんでもない雨量なのであるが、箱根における年間最大値の平均値（1978～2024年の47年間）が268.4mmなのでその比は3.4。図6の縦軸より、およそ $N=1000$ 、千年に一回の大雨の日だったということがわかる。実はこの比がはるかに大きいケースがある。明治29年（1896年）9月7日（図5の統計以前）、琵琶湖の水が溢れて周囲一帯が水浸しになったという彦根豪雨の596.9mmのとき。雨量そのものは観測史上のトップ10に満たないものの、過去100年間の平均値が94.4mmの地なので、比率は6.3。図6を単純に外挿すると再現期間 N はおよそ三百万年ということになる。極値統計理論もお手上げと見るべきか、あるいは、何百万年に一度のことがたまたまその日その場所にとこったと考えるか、難しいところである。本文で、「この百年、すべては想定内」と読者を安心へと誘ってにおいて、土壇場でこんな例を持ち出すのは反則と言われそうであるが、自然の脅威は人知を超えるのかもしれない。

<参考文献>

- [1] Y. Karasawa, "Long-term statistical properties of extreme rainfall data in Japan," IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, vol. 62, 2024. <https://ieeexplore.ieee.org/document/10640060>
- [2] Y. Karasawa, "Long-term variations of extreme rainfall in Japan for predicting the future trend of rain attenuation in radio communication systems," Climate, vol. 2005, 13, 145, pp. 1-19, 2025. <https://www.mdpi.com/2225-1154/13/7/145>
- [3] 気象庁, 大雨や猛暑日（極端現象）のこれまでの変化, https://www.data.jma.go.jp/cpdinfo/extreme/extreme_p.html
- [4] 高橋倫也, 志村隆彰, 極値統計学, 近代科学社, 2016.