Technical Report YK-051_rev_2
June 10, 2022
Y. Karasawa

電磁気学の奥深さ（１３）：電磁気学のパラドックス「静電磁界において $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ は電力の流れを生むか？」を考える【再差替え版】

唐沢好男

本レポートは、同タイトルの技術レポート（YK-051）の再差替え版である(注)。筆者が表題の問題（パラドックス）に興味を持った経緯、問題点の整理、筆者なりの推論とその結論をまとめている。その結論では、静電磁界であっても、単位面積あたり$|\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}|$の電力移動があることを示す。この推論が本件に関心を持つ皆さんの更なる議論への入り口になれば幸いである。

１．電磁気学のパラドックス

電磁気学（マクスウェルの方程式）は、４つの法則を基にして、ガラス細工のようにデリケートにかつ巧妙に組み立てられてはいるものの、その全体像は綻びのない確固たる理論になっている。しかし、現象の部分部分を見れば不可解な結論を呼び起こしそうなパラドックスがある。「物理のパラドックスは理解の迷いに過ぎない」と切り捨ててしまえるファインマンと違って、我々にはその迷いの中からなかなか脱出できない現実がある。

筆者が研究者としてまだ駆け出しのころの 1984 年、信学会の会誌 6 月号に「電磁波工学におけるパラドックス～その思い違いを探る～」と題する解説記事が安達三郎先生によりまとめられている[1]。その中では、6 つの項目が質問の形で提起され、それぞれについて解答が述べられているが、そのひとつに「静電界の中の磁石はポインティング電力を発生するか」がある。これに対する解答は、「この問題に解答を与えるのは簡単ではないように思う」で始まり、三つの考え方（発生する・しない両面からの）がまとめられている。（問題提起は後藤尚久先生、解答担当は徳丸仁先生）

問題は以下である。

【問題（要約）】図１に示すように同軸線路に直流電圧 V、電流 I を印加すると、内部空間中のポインティングベクトル $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ の断面積での積分は伝送電力である VI に等しくなり、静電磁界中でも、ポインティングベクトルが電力の流れを示している。それでは、図２に示すように正電荷を帯びた磁石が有るとすると、電荷による静電界と磁石による静磁界によって作られるポインティングベクトルが図に示すようになり、磁石の周りをエネルギーが循環することになる。本当か？（この問題を最初に提起したのはヘルツ(1890)）

注：誤りや不備に気付くたびに差し替えている。今後も差し替える可能性があるので、その時点での最新版を筆者の今の理解と思ってほしい（最新修正日 2022 年 9 月 10 日）

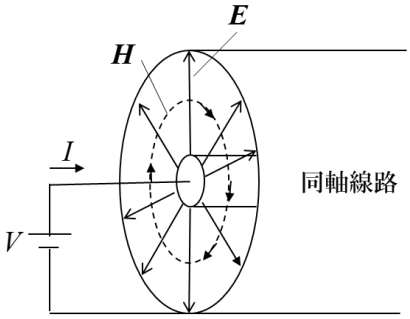

図１　同軸線路による直流送電

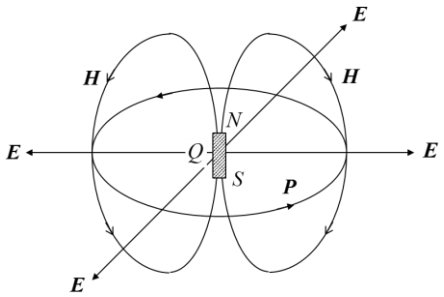

図２　静電界と磁石によるポインティング電力の還流

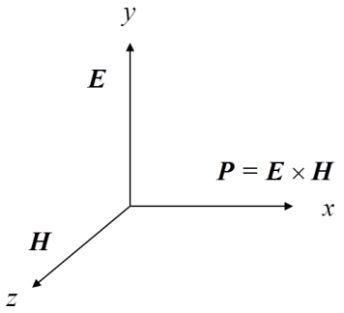

図３　静電磁界中のポインティングベクトル $\boldsymbol{P}$ はエネルギーの流れを表しているか？

端的に言うと、図３のように静電界と静磁界が直交して存在するとき、ベクトル $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$ はエネルギーの流れを生むかである。ここで、考えられる答えは、組み合わせ的に

①　エネルギーの流れを生む

②　エネルギーの流れはできない

③　できる場合とできない場合がある

②は図１のケースで存在が証明されているので×である。③の場合であれば、できる・できないの違いは、何の差でそうなるかが知りたいところになる。

筆者が調べた電磁気学の教科書では、[2], [3]は③、[4], [5]は①と読める書き方になっている。[2]では、「単に $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$ なるベクトルが形成されるからといって、エネルギーの流れがあるわけではない。例えば、真空中に静電場と静磁場がかさね合わさって存在するとき、・・・（略：流れは無いと言う説明）」と記されている。一方、[4]では「今日でも、$\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$（本では$(1/\mu_0)\,\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$）が必ずしもエネルギー流速密度を表さないと述べている教科書が多いが、それは誤りである。運動量密度$\varepsilon_0 \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ にそのような任意性はなく、相対論の要請であるプランクの関係式のため、エネルギー流速密度にも任意性はない」と記している。さらに、[5]のファインマンの物理学 IV(§6.5)では、図２の問題そのものに言及がある。そこでは、「これ（＝エネルギーの還流があるということ）はばかげた話である」で始まっているが、普通の直感は正しくない（＝還流を認める）という論調であり、①に軍配を上げている。こういう両論があり、[1]では「この問題に解答を与えるのは簡単ではないように思う」のまとめになっているのだと推察される。

電磁気学の教科書の古典 Stratton[6]を見てみよう。そこでは Poynting がマクスウェルの方程式から直接に導いた式を遵守する姿勢を読み取ることができ、非常に慎重な記述がなされている。空間に電荷や電流が無い場合の自由空間においては次式である。

$$\int_S \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{n} dS = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\int_V \left(\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2\right) dV \tag{1}$$

空間 V に蓄えられた電磁エネルギーの時間変化量はその表面から出入りする $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ の面積分で与えられるということである。マクスウェルの方程式からの帰結なのでこれに問題はない。しかし、ここから、拡大解釈してゆくことに対して Stratton は慎重姿勢なのである。すなわち、(1)式は時間的に変化するエネルギーの全体としての出入りのみに適用できるのであって、面の特定の部分に着目することや、静電磁界への拡張は否定的な見解になっている。

その後、この問題はどう整理されているのだろうか（あるいはどう決着が付けられているのであろうか）。インターネット上には、物理学者 Prof. Eric Load によるオープンフォーラム “What is the significance of the Poynting vector in a static electromagnetic field?”のスレッドが 2014 年に立ち上げられ、多くの識者による議論が繰り広げられている[7]。一方、我が国でも、[8]でこの問題が取り上げられており、そのまえがきと参考文献で、ポインティングベクトル問題への取り組みの歴史も窺い知ることができる。[7]については、筆者がそれを見る限り、議論は続けど、自身の主張に固執したり、脱線したりで、収束してゆくようには見えない（Load 氏も途中で失望してさじを投げるような言動が時々挟まっている）。[8]は高度に専門的で、筆者には難しすぎて内容の理解には至っていないが、「ポインティングベクトルに関し静電磁界と動電磁界を区別する必要はない」と言う結論であり、①である（動電磁界環境でのフーリエ解析理論からω=0 の静電磁界にもそのまま接続できると言う論理）。

筆者にはこれらを裁くほどの力量は無いが、以下の直感的な推論を行い、答えは①ではないかとの確信を強めている。

２．対象環境と前提条件

動電磁界、すなわち、電磁波動では、ポインティングベクトルがエネルギー流速密度を表すことに議論の余地はないと思うので、図３で表される静電磁界に限定する。また、議論を簡明にするため、自由空間に一様な静電界 $\boldsymbol{E}$ と静磁界 $\boldsymbol{H}$ が直交して存在し、$\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{H}$ の大きさ E_y, H_z は任意に設定できることとする。

ここでは、次の基本的な考え方（前提条件）を採用してみよう。

① 自由空間においては電磁界のふるまい（電磁現象）は電界と磁界によってのみ決まる
② 電界と磁界がそれぞれどのような仕組で生成されたかということ（原因）によらない
（要は、電界や磁界には生成原因が識別できる色がついていない。電界は電界、磁界は磁界、それ以上に違うところは何も無い。）

この前提条件が誤りであれば、以下の議論は無意味である。

３．推論

ポインティングベクトル $\boldsymbol{P}$ とポインティング電力 P は、通常の定義通り

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}, \quad P = E_y H_z \tag{2}$$

で表す。磁界 H_z が正負の値をもつので、ポインティング電力 P も極性をもつ。

ここではまだ単位面を通過する電力があるかどうかは未知なのであるが、その大きさを P_{EM} とする。また、空間にある単位体積当たりの電磁エネルギー（エネルギー密度）を u_{EM}、その動く速度を v_{EM} とする。この定義により、P_{EM}, u_{EM}, v_{EM} は次式で結ばれる。

$$u_{EM} v_{EM} = P_{EM} \tag{3}$$

このうち、u_{EM} は次式である。

$$u_{EM} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E_y^2 + \mu_0 H_z^2\right) \tag{4}$$

一方、P_{EM} と v_{EM} はまだ不明である。ところで、図３のように、直交する電界と磁界を任意の大きさとして考えてきたが、そのような環境はどのようにしてできているのであろうか。その一つの例は、図４に示すような無限大の平面上に電荷が均一に分布し、かつ、それが一定速度 v_e で x 軸方向に動いている環境である。もちろん、色々な作り方が有り、これに特定されるものではないが、前提条件として、電界と磁界の性質を作り方にはよらないとしているので、これでもよいと言うことである。電荷密度をσ[C/m^2]とすると、電界と磁界、及びその比を与えるインピーダンス Z は以下のように表される。

$$E_y = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \tag{5a}$$

$$H_z = \frac{\sigma v_e}{2} \tag{5b}$$

$$Z = \frac{E_y}{H_z} = \frac{1}{\varepsilon_0 v_e}, \quad |Z| \geq Z_0 \left(= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\right) \rightarrow v_e = \frac{1}{\varepsilon_0 Z} = \frac{Z_0}{Z} c \tag{5c}$$

この場合、上式からもわかるように、速度 v_e の調整によって生み出される電磁界は$|Z| \geq Z_0$（Z_0: 自由空間の固有インピーダンス）の範囲である。図４を見ると、空間のエネルギー自身も、電荷の移動速度 v_e と連動して、あるいは、関係をもって動くだろうと考えるのは自然であろう。エネルギーに動きがないのは、v_e=0、すなわち、電界 E_y のみのときである。そこで、未知の v_{EM}、P_{EM} の代わりに v_e とポインティング電力 P を用いて、(3)式を以下の式で表すことにしよう。

$$u_{EM} v_e = \eta P \tag{6}$$

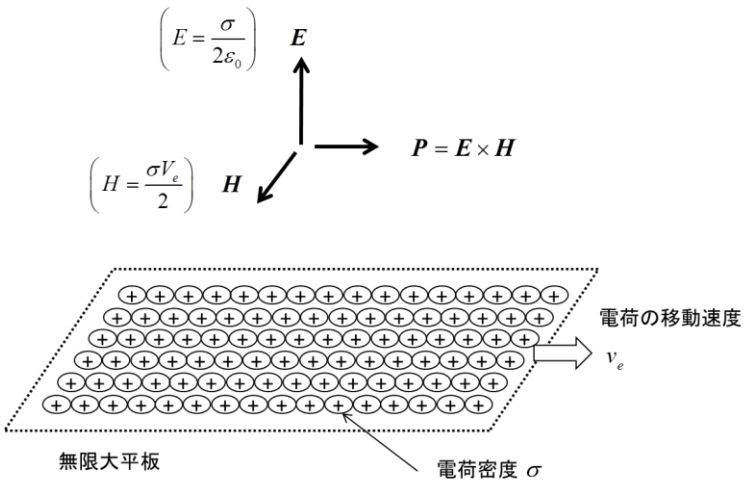

図４　任意の直交静電磁界（図３の環境；ただし、$|E_y/H_z| \geq Z_0$）を作り出す環境の一例

ここでηは無次元の関数であり、(3)式と(6)式を同一のものとするための補正係数である。この式は以下のように整理できる。

$|Z| \geq Z_0$ の環境における電磁界の基本式

$$\left(\varepsilon_0 Z^2+\mu_0\right)v_e-2\eta Z=0 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{Z}{Z_0}+\frac{Z_0}{Z}\right)\frac{v_e}{c}-2\eta=0 \tag{7a}$$

$$v_e=\frac{1}{\varepsilon_o Z}=\frac{Z_0}{Z}c \quad \left(|Z|\geq Z_0\right) \tag{7b}$$

$$\eta=\frac{1}{2}\left\{1+\left(\frac{Z_0}{Z}\right)^2\right\} \tag{7c}$$

上記によって、以下のような推論ができる。

電界 $\boldsymbol{E}$ のみの環境、すなわち静止する電荷によって作り出された環境では、エネルギーも静止し、流れはできていないであろう。一方、電界 $\boldsymbol{E}$ と磁界 $\boldsymbol{H}$ がともに存在する環境は、電荷と共に環境全体が動いているのだから、静電磁界と言えども、エネルギーの動きもあると考えるのが自然（＝受け入れられる）であろう。

４．　異なる慣性系に対して電磁界の共変性が満たされるか

物理法則は、定速直線移動する異なる慣性系の中で同じように成立しなければならない。この性質は共変性と言われ、相対性理論からの要請でもある。図５に示す静止する座標系 K と x 軸方向に一定速度 v で移動する座標系 K'の二つの慣性系を考える。３節で述べたことは静止系 K での現象であったとする。この現象を移動系 K'で見たとき、同様に基本式が成立するかである。

K 系の電界 E_y、磁界 H_z を K'系でみると、その系での電磁界 E_y', H_z'はローレンツ変換により次式になる（ローレンツ変換の詳細は[4]など）。

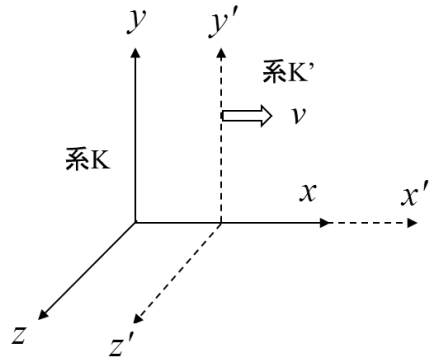

図５　慣性座標系（静止系 K と移動系 K'）

$$E_y' = \gamma\left(E_y - \mu_0 v H_z\right) \qquad \left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \text{（ローレンツ因子）}\right) \tag{8a}$$

$$H_z' = \gamma\left(-\frac{c}{\mu_0 c^2}E_y + H_z\right) = \gamma\left(-\varepsilon_0 v E_y + H_z\right) \tag{8b}$$

$$Z' = \frac{Z - \mu_0 v}{-\varepsilon_0 v Z + 1} \tag{8c}$$

K 系において速度 v_e であるとき、速度のローレンツ変換によって、K'系での速度 v_e' は次式になる。

$$v_e' = \frac{v_e - v}{1 - \frac{v_e v}{c^2}} = \frac{1 - \varepsilon_o Z v}{\varepsilon_o\left(Z - \mu_0 v\right)} = \frac{1}{\varepsilon_o Z'} \quad \left(\left|Z'\right| \geq Z_0\right) \tag{9a}$$

(7a)式に相当する K'系での基本式は

$$\left(\varepsilon_0 Z'^2 + \mu_0\right) v'_e - 2\eta' Z' = 0 \tag{9b}$$

であるので、(9a), (9b)式より、

$$\eta' = \frac{1}{2}\left\{1 + \left(\frac{Z_0}{Z'}\right)^2\right\} \tag{9c}$$

となる。(9)式は(7)式を $Z \rightarrow Z'$と置き換えた形であり、共変性が成り立っている。

５．$|Z| \leq Z_0$ の場合

３節での推論では、図４で考えており、$|Z| \geq Z_0$ に対する説明になっている。$|Z| \leq Z_0$ の場合には、磁界が強い環境を設定しなければいけないので、例えば、y 軸方向に中心軸が向く無限長直線ソレノイド（径の大きさも十分大きい）の中にできる磁界中を x 軸方向に速度$-v$ で動く観測者を考えれば、$|Z| \leq Z_0$ の任意の電磁界が実現できる。要は静止する K 系と速度 v で動く K'の関係を考えるのである。具体的な導出の説明を省略し結果のみを示すと、(7)式に対応するものとして次式になる。要は、動く環境から生まれると言う意味で、$|Z| \geq Z_0$ も$|Z| \leq Z_0$ も同じである。

$|Z| \leq Z_0$ の環境における電磁界の基本式

$$\left(\varepsilon_0 Z^2 + \mu_0\right) v_e - 2\eta Z = 0 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{Z}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z}\right)\frac{v_e}{c} - 2\eta = 0 \quad \text{（(7a)式と同形）} \tag{10a}$$

$$v_e = \frac{Z}{\mu_0} = \frac{Z}{Z_0} c \quad \left(|Z| \leq Z_0\right) \tag{10b}$$

$$\eta = \frac{1}{2}\left\{1 + \left(\frac{Z}{Z_0}\right)^2\right\} \tag{10c}$$

６．ここまでの整理

静電磁界において、ポインティングベクトルが果たす役割（エネルギー移動があるかどうか）を調べるため、基本的な考え方（前提条件）を決め、それに基づく推論を行った。推論の結果が、相対性理論からの要請である慣性系に対する共変性が成立するかどうかで、その妥当性を確認した。

<u>静電磁界におけるエネルギー基本式</u>

$$\left(\frac{Z}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z}\right)\frac{v_e}{c} - 2\eta = 0$$

$$v_e = \begin{cases} \dfrac{Z}{\mu_0} = \dfrac{Z}{Z_0} c & \left(|Z| \le Z_0\right) \\ \dfrac{1}{\varepsilon_0 Z} = \dfrac{Z_0}{Z} c & \left(|Z| \ge Z_0\right) \end{cases}$$

$$\eta = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left\{1 + \left(\dfrac{Z}{Z_0}\right)^2\right\} & \left(|Z| \le Z_0\right) \\ \dfrac{1}{2}\left\{1 + \left(\dfrac{Z_0}{Z}\right)^2\right\} & \left(|Z| \ge Z_0\right) \end{cases}$$

<u>エネルギーの移動</u>

電界と磁界が直交して存在する環境は、静止している環境（電界のみの環境、あるは磁界のみの環境）が動いているのと等価　→ 電界と磁界の大きさによって決まるエネルギー移動がある

<u>残された疑問</u>

① 単位面を通過する電力はポンティング電力 P か？

② 電荷の移動速度 v_e とエネルギーの移動速度 v_{EM} の関係は？

③ 補正係数ηはどの物理量に対する補正になるのか？

７．導線に流れる直流信号の電力移動からの推論

上記、残された不確定部分を明確にするため、直交静電磁界が存在する具体的な例で調べる。ここでは、図６に示す円筒同軸線路に流れる直流信号の電力移動をみてみたい。

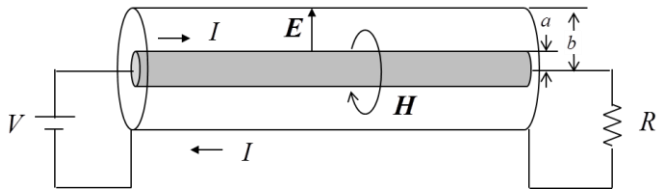

図６　円筒同軸線路による直流電力伝送

負荷抵抗 R に直流電圧 V をかけて電流 I を流し、VI の電力伝送を行う。その伝送路に図に示す円筒同軸線路を用いる。円筒同軸線路は完全導体で構成され、半径 a の芯線と半径 b の外管よりなる。線路の長さは十分長いとし、その中央付近（電磁界が端の不連続部の影響を受けなくなっている辺り）の円筒中空部分の電磁界に着目する。本稿が前提とする「電磁現象はその場の電界と磁界によってのみ決まる」ということであれば、ここは静電磁界であり、管内の電界 $\boldsymbol{E}$ と磁界 $\boldsymbol{H}$ が生み出す電磁現象は、図４のときと変わらないはずである。電磁界は円筒座標（r, ϕ, x）で考える。

電磁界の諸量は以下の関係式で結ばれる。

$$I=\frac{V}{R}\quad,\quad E_r=\frac{V}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)r},\quad H_\phi=\frac{I}{2\pi r},\quad Z=\frac{E_r}{H_\phi}=\frac{2\pi}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)R}$$

さらに、

$$R=\frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)Z=\frac{R_0Z}{Z_0}\ \rightarrow\ \frac{R}{R_0}=\frac{Z}{Z_0}$$

$$R_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\qquad\text{（同軸伝送路の特性インピーダンス）}$$

伝送路の同軸空間単位長さあたりに蓄えられているエネルギーu_Gは次式で算定される。

$$u_G=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_b^a\left(\varepsilon_0E_r^2+\mu_0H_\phi^2\right)rdrd\phi$$

$$=\frac{\varepsilon_0\pi V^2}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}+\frac{\mu_0I^2}{4\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\quad\text{[J/m]}$$

伝送路の中空部の断面積を通過する電力 P_S は

$$P_S=\int_0^{2\pi}\int_b^a E_rH_\phi rdrd\phi=VI\qquad\text{[W]}$$

となる。この電力は図の電気回路で送られる電力 VI に等しくなっており、単位面積当たりポインティング電力 P とする算定に合致している。

一方、同軸線路の中空部分が担うエネルギーの伝送の速度 v_G は、上記の結果より、

$$v_G=P_S/u_G=\frac{VI}{\frac{\varepsilon_0\pi V^2}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}+\frac{\mu_0I^2}{4\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$=\frac{2c}{\frac{R}{R_0}+\frac{R_0}{R}}\le c\qquad\text{（}R=R_0\text{のとき光速 }c\text{）}$$

この結果を踏まえて３節の議論に戻りたい。２節の前提に立てば静電磁界の伝送の基本式 (3) においても、$P=E_yH_z$ ということが一般的な意味として示されたことになる。故に、エネルギーの移動速度 v_{EM} は v_e/η であるということになり、次式と算定される。

$$v_{EM} = v_e / \eta = \frac{2c}{\frac{Z}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z}} \quad |v| \le c \tag{11}$$

先に挙げた３つの疑問は、以下のように整理される。

① 単位面を通過する電力はポンティング電力 P か？ → yes

② 電荷の移動速度 v_e とエネルギーの移動速度 v_{EM} の関係は？

→ 式(7b)と(11)の違いがあり異なるものであるが、強い関連性がある

（式(7b)と(10b)が対等な働きを示す結果になっており、興味深い）

③ 補正係数ηはどの物理量に対する補正になるのか？

→速度 v_e に対する補正係数。v_{EM} を v_e/ηとして求める

８．むすび

静電磁界において、ポインティングベクトルが果たす役割（エネルギー移動があるかどうか）を調べるため、前提条件を定め、それに基づく推論を行った。その条件は、「自由空間において、電磁界のふるまい（電磁現象）は電界と磁界によってのみ決まる」である。その電界と磁界がどのような環境で生成されたかということ（原因）を問わないということである。別の言葉で言えば、ある点において電界と磁界がある場合、その電界や磁界には、作られ方によって色がついているわけではなく、電界として、あるいは磁界として同じである、と言う意味である。

そこからの推論として以下の結論を得た

1) 静電磁界においても、単位面を通過する電力はポインティング電力で与えられる $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{n}$ である。

2) エネルギーの移動速度は式(11)で定まり、電界と磁界の比 Z に依存する。

冒頭に戻って、静電磁界における図２のケースでのエネルギーの還流はあるかの問いには、「還流はある」と答えたい。この結果に不思議な感覚（直感に反する）を持つと思う。図３のような環境において、エネルギーが勝手に左から右に動いていってしまっては、動いた先にエネルギーが堆積されてしまうのでは、と言った心配もある。でも、例えば、図４の構成において、永遠に無限ならば流れも持続し堆積が起こらないし、そうでなければ、電流連続の法則から右に行った電流は無限遠の先でやがては左に帰ってループを作るのであろうから、その系全体で見ればエネルギーもそのように動いてエネルギー保存則が満たされているということになる。動いているかいないかの違いだけであってエネルギーそのものは存在している中での出来事なので、エネルギー保存則を心配する必要は無いのである。自由空間における静電磁界のエネルギー保存則は(1)式の左辺はそのままで、

$$\int_S \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{n} dS = 0$$

の動作をしているのである。

本レポートでは、この根拠を述べるのに図１の伝送線路の話を使っており、冒頭で述べたパラドックスの出発点に戻っただけではという意見も出そうに思う。考え方の上での違いは、冒頭では、エネルギーの流れがある例として出しているが、本レポートの主張は、電磁現象は $\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{H}$ だけで決まると言う前提に立っているので、そこでそうならすべてにそう、と言う理屈である。論理に矛盾はないとは思っているが、この問題はいつまでもパラドックスとして残ると思う。それは、静電磁界において、この現象を実験によって確かめることが難しそうだからである（確かめる実験があるのかどうか（原理的な意味での）も分からない）。

なお、本稿での解析では電界 $\boldsymbol{E}$ と磁界 $\boldsymbol{H}$ が直交する場合を扱っている。直交しない場合のポインティングベクトルの定式化には、さらにもう一工夫（＝直交モード分解）が必要になる。一方、ここで示した考え方（や基本式）は、静電磁界にとどまらず、動電磁界も含めた一般式として通用するのではないかと確信している。

最後に、本内容について有益な議論をしていただいた電気通信大学安藤芳晃博士に感謝する。

参考文献

[1] 安達三郎, “電磁波工学におけるパラドックス：その思い違いを探る,” 信学誌, vol. 67, no. 6, pp. 657-662, 1984.

[2] 砂川重信, *理論電磁気学*（第３版）, 紀伊国屋書店, 1999.

[3] 宇野亨, 白井宏, *電磁気学*, コロナ社, 2010.

[4] 太田浩一, *電磁気学の基礎 II*, 東京大学出版会, 2012.

[5] R.P.ファインマン, R.B.レイトン, M.L.サンズ:（戸田盛和 訳）, *ファインマ物理学 IV*； *電磁波と物性*（増補版）, 岩波書店 , 2002.

[6] J. A. Stratton, Electromagnetic theory, McGraw-Hill, 1941.

[7] Eric Load, Open forum, “What is the significance of the Poynting vector in a static electromagnetic field?”, https://www.researchgate.net/post/What_is_the_significance_of_the_Poynting_vector_in_a_static_electromagnetic_field

[8] 中島将光, “電磁現象の新たな基本概念（その２）；ポインティングベクトルの解明とパラドックスの解消,” 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-91, no. 57-75, pp. 101-110, 1991.10.

読者の皆さんへ

本内容は下記で学会発表しています。

唐沢好男, “静電磁界中のポインティングベクトルについて,” 信学技報AP2022-50, pp. 119-124, 2022.07.

本レポートにはエネルギー流動の描像をまとめた続編があります。

唐沢好男, “電磁気学の奥深さ（２０）：電磁気学のパラドックス「静電磁界において $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$ は電力の流れを生むか？」を考える【その２】,” 技術レポート YK-074, 2022.09.
http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-074_Poynting_Vector_Paradox_II.pdf